

Matemáticas
Nivel superior
Prueba 1

Jueves 4 de mayo de 2017 (tarde)

Número de convocatoria del alumno

2 horas

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Instrucciones para los alumnos

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba no se permite el uso de ninguna calculadora.
- Sección A: conteste todas las preguntas. Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto.
- Sección B: conteste todas las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Escriba su número de convocatoria en la parte delantera del cuadernillo de respuestas, y adjúntelo a este cuestionario de examen y a su portada utilizando los cordeles provistos.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Se necesita una copia sin anotaciones del **cuadernillo de fórmulas de matemáticas NS y de ampliación de matemáticas NS** para esta prueba.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es **[100 puntos]**.



3. [Puntuación máxima: 5]

Los términos 1.º, 4.º y 8.º de una progresión aritmética cuya diferencia común es d , $d \neq 0$, son los tres primeros términos de una progresión geométrica cuya razón común es r . Sabiendo que el 1.º término de ambas progresiones es 9, halle

(a) el valor de d ; [4]

(b) el valor de r . [1]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

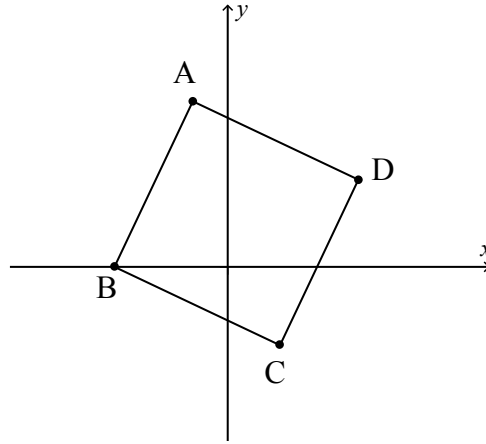
.....

.....



5. [Puntuación máxima: 4]

En el siguiente diagrama de Argand, el punto A representa el número complejo $-1 + 4i$ y el punto B representa el número complejo $-3 + 0i$. La forma de ABCD es un cuadrado. Determine los números complejos que representan los puntos C y D.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



No escriba soluciones en esta página.

Sección B

Conteste **todas** las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Empiece una página nueva para cada respuesta.

9. [Puntuación máxima: 17]

Considere la función f definida mediante $f(x) = x^2 - a^2$, $x \in \mathbb{R}$, donde a es una constante positiva.

(a) Dibuje aproximadamente las siguientes curvas en sistemas de ejes separados, mostrando todos los cortes con los ejes x e y , los máximos, los mínimos y las asíntotas que haya.

(i) $y = f(x)$;

(ii) $y = \frac{1}{f(x)}$;

(iii) $y = \left| \frac{1}{f(x)} \right|$. [8]

(b) Halle $\int f(x) \cos x \, dx$. [5]

La función g se define mediante $g(x) = x\sqrt{f(x)}$, para $|x| > a$.

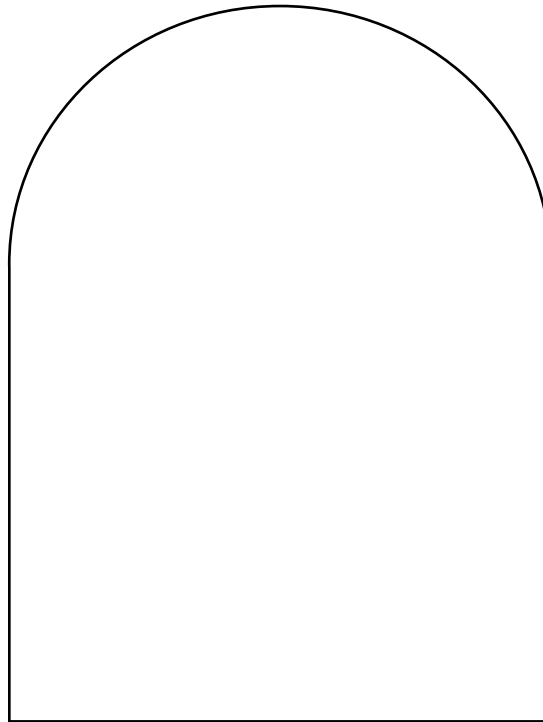
(c) Hallando $g'(x)$, explique por qué g es una función creciente. [4]



No escriba soluciones en esta página.

10. [Puntuación máxima: 11]

Una ventana se ha construido con forma de rectángulo con un semicírculo de radio r metros situado en la parte superior, como se muestra en la figura. El perímetro de la ventana es constante e igual a P metros.



- (a) (i) Halle el área de la ventana en función de P y r .
- (ii) Halle la anchura de la ventana en función de P cuando el área alcanza un valor máximo y justifique por qué se trata de un máximo. [9]
- (b) Muestre que en este caso la altura del rectángulo es igual al radio del semicírculo. [2]



No escriba soluciones en esta página.

11. [Puntuación máxima: 22]

(a) Resuelva $2 \sin(x + 60^\circ) = \cos(x + 30^\circ)$, $0^\circ \leq x \leq 180^\circ$. [5]

(b) Muestre que $\sin 105^\circ + \cos 105^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$. [3]

(c) Sea $z = 1 - \cos 2\theta - i \sin 2\theta$, $z \in \mathbb{C}$, $0 \leq \theta \leq \pi$.

(i) Halle, en función de θ , el módulo y el argumento de z . Exprese cada respuesta en su forma más simple.

(ii) A partir de lo anterior, halle las raíces cúbicas de z en forma módulo-argumental. [14]

